

ΣΥΝΟΛΑ

(προσέξτε τα κοινά χαρακτηριστικά των παρακάτω προτάσεων)

Οι άνθρωποι που σπουδάζουν ΤΠ&ΕΣ και βρίσκονται
στην αίθουσα

Τα βιβλία διακριτών μαθηματικών του Γ.Β.

Η/Υ με επεξεργαστή Pentium και χωρητικότητα
δίσκου μεγαλύτερη των 2Gb και η τιμή τους δεν
ξεπερνά τα 2000.- Ευρώ

$$S \cap C$$

Όπου S και C σύνολα

Τι είναι «σύνολο»;

Σύνολο
Είναι
Συλλογή από διακεκριμένα αντικείμενα

Π.χ.
Το σύνολο των φοιτητών που παρακολουθούν
διακριτά μαθηματικά

$$S = \{a, b, c\}$$

$$a \in S, d \notin S$$

Σύνολα

το $\{a,a,b,c\}$ είναι σύνολο;

Ποιά η διαφορά μεταξύ του $\{a,b,c\}$ και του $\{a,c,b\}$;

Περιγραφή συνόλου

- Αναλυτική καταγραφή των στοιχείων του

$$S = \{2,4,6,8\}$$

$$C = \{\} = \emptyset$$

- Καταγραφή των ιδιοτήτων που ικανοποιούν τα στοιχεία του

$$S = \{a \mid a \text{ άρτιος θετικός ακέραιος μικρότερος του } 10\}$$

$$C = \{a \mid a \text{ φοιτητής που μελετά σκληρά τα διακριτά μαθηματικά και δεν έχει επιτύχει στις εξετάσεις}\}$$

Στοιχεία συνόλων

$$S = \{\{a,b\}, c, d, a, b, \{\}\}$$

Υποσύνολο συνόλου

$$D \subseteq S$$

ανν

κάθε στοιχείο του D είναι και στοιχείο του S

Είναι δυνατόν

$$D \subseteq S \quad \text{ΚΑΙ} \quad D \in S?$$

Ισχύουν τα παρακάτω;

- Για οποιοδήποτε σύνολο S , το S είναι υποσύνολο του S
- Το κενό σύνολο είναι υποσύνολο οποιουδήποτε συνόλου, αλλά το κενό σύνολο δεν είναι πάντα στοιχείο ενός συνόλου
- Το σύνολο $\{\emptyset\}$ δεν είναι υποσύνολο του $\{\{\emptyset\}\}$ αν και είναι στοιχείο του $\{\{\emptyset\}\}$

Ισότητα συνόλων

Δύο σύνολα P και Q καλούνται ίσα

Ανν

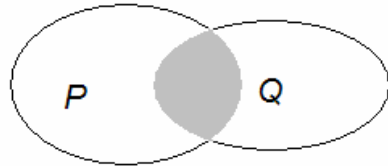
Αποτελούνται από τα ίδια ακριβώς στοιχεία

Τότε

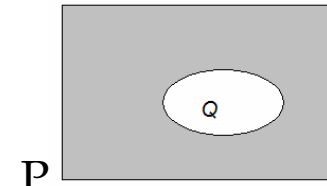
$$P \subseteq Q \quad \text{ΚΑΙ} \quad Q \subseteq P$$

Συνδυασμοί συνόλων (διαγράμματα Venn)

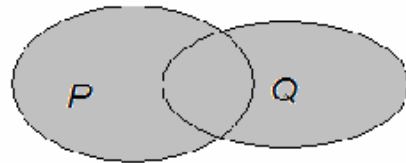
$P \cap Q$



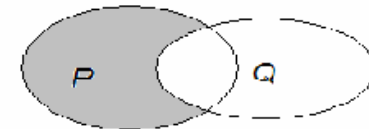
Q'
(P σύμπαν)



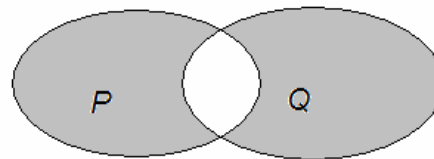
$P \cup Q$



$P - Q$



$P \oplus Q$



Δυναμοσύνολο Συνόλου A

$$\wp(A)$$

Το σύνολο των υποσυνόλων του A

Π.χ.

$$A = \{\alpha, \beta\}$$

$$\wp(A) = \{\{\}, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\alpha, \beta\}\}$$

$$\wp(\{\}) = \{\{\}\}$$

Πεπερασμένα και άπειρα σύνολα

Μέγεθος συνόλου A :

Αριθμός στοιχείων συνόλου (συμβ $|A|$)

Π.χ. αν $A=\{2,4,6\}$, τότε $|A|=3$.

Το $|A|$ καλείται πληθικός αριθμός του A .

Άπειρο σύνολο?

Κατασκευή απείρου συνόλου

(παράδειγμα)

$$A^+ = A \cup \{A\}$$

αν $A = \{\alpha, \beta\}$ τότε $A^+ = \{\alpha, \beta, \{\alpha, \beta\}\}$

Κατασκευή ακολουθίας συνόλων

$$0 = \emptyset$$

$$1 = 0^+ = \{\emptyset\}$$

$$2 = 1^+ = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$$

$$3 = 2^+ = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$$

...

Κατασκευή απείρου συνόλου

Το σύνολο \mathbb{N}
με τις εξής ιδιότητες

1. Το \mathbb{N} περιέχει το στοιχείο 0
2. Εάν το n είναι στοιχείο του \mathbb{N} , τότε το n^+ είναι στοιχείο του
3. Το \mathbb{N} δεν περιέχει άλλα στοιχεία εκτός από αυτά που περιγράφονται παραπάνω

Ακριβέστερα...

Ένα σύνολο A ονομάζεται **πεπερασμένο** αν υπάρχει μια ένα-προς-ένα αντιστοιχία μεταξύ των στοιχείων του A και των στοιχείων ενός συνόλου n , όπου $n \in \mathbb{N}$.

Άπειρο είναι ένα σύνολο αν δεν είναι πεπερασμένο.

Αριθμήσιμα απειροσύνολα

Ένα σύνολο A καλείται αριθμήσιμο αν υπάρχει ένα-προς-ένα αντιστοιχία μεταξύ των στοιχείων του A και των στοιχείων του \mathbb{N}

Η ένωση αριθμήσιμων συνόλων είναι αριθμήσιμο σύνολο

Μη-αριθμήσιμα απειροσύνολα (παράδειγμα)

- Εισαγωγή: Διαγώνιο επιχείρημα

	Σοκολάτα	Βανίλια	Φράουλα
Νίκος	Ναι	Όχι	Ναι
Τάσος	Όχι	Όχι	Ναι
Μαρία	Ναι	Ναι	Ναι

Να δείξετε ότι το σύνολο των πραγματικών μεταξύ του 0 και 1 είναι μη-αριθμήσιμο.

Ισχύουν?

$$|P \cup Q| \leq |P| + |Q|$$

$$|P \cap Q| \leq \min(|P|, |Q|)$$

$$|P \oplus Q| = |P| + |Q| - 2|P \cap Q|$$

$$|P - Q| \geq |P| - |Q|$$

Αρχή του εγκλεισμού και του αποκλεισμού

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |B \cap C| + |A \cap B \cap C|$$

Πολυσύνολα

...συλλογές από ΜΗ διακεκριμένα σύνολα

Π.χ. $\{a, a, b, c, d, f, c, d\}$

Πολλαπλότητα στοιχείου σε πολυσύνολο είναι ο αριθμός των εμφανίσεων του στοιχείου

Πληθικός αριθμός πολυσυνόλου είναι ο πληθικός αριθμός του αντίστοιχου συνόλου