

12/1/2006

Διακριτά Μαθηματικά

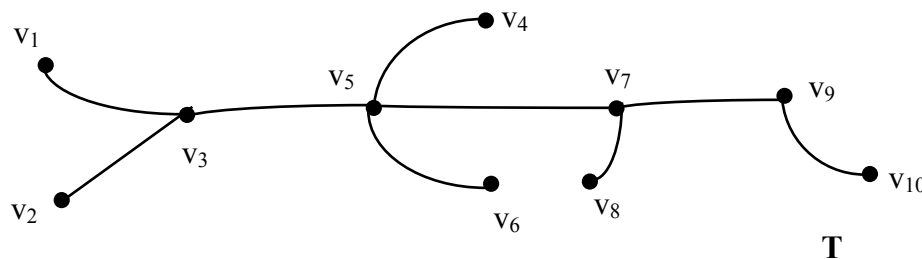
**ΔΕΝΤΡΑ**

Γεώργιος Βούρος

Πανεπιστήμιο Αιγαίου

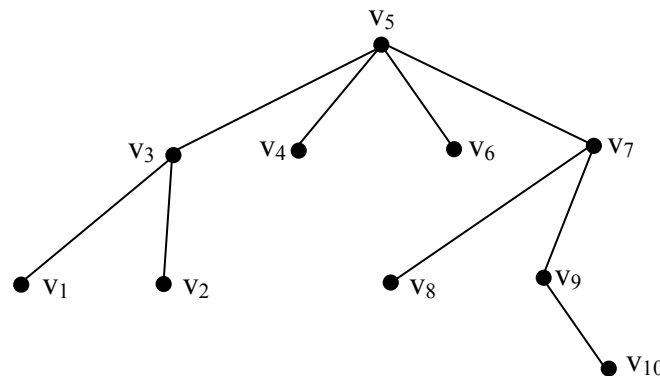
**Δέντρο (tree)**  $T$  είναι απλό γράφημα, όπου εάν  $v_1$  και  $v_2$  δύο κορυφές στο  $T$ , τότε υπάρχει ένα μοναδικό απλό μονοπάτι από την  $v_1$  στη  $v_2$ .

Παράδειγμα δέντρου είναι το γράφημα  $T$  του παρακάτω σχήματος



**Δέντρο με ρίζα (rooted tree)** είναι δέντρο, στο οποίο μια ιδιαίτερη κορυφή του χαρακτηρίζεται σαν ρίζα του δέντρου.

Παράδειγμα δέντρου με ρίζα είναι το δέντρο του σχήματος.

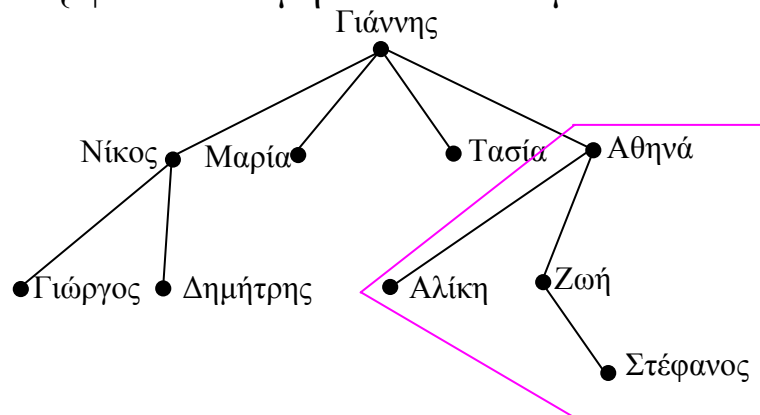


**Επίπεδο (level)** κορυφής  $v$  σε δέντρο  $T$  με ρίζα, καλείται το μήκος του απλού μονοπατιού από τη ρίζα του δέντρου στην κορυφή  $v$ .

**Ύψος (height)** δέντρου είναι ο μεγαλύτερος αριθμός επίπεδου κορυφής στο δέντρο.

Έστω  $T$  δέντρο με ρίζα  $v$ . Έστω  $(v, v_1, v_2, \dots, v_n)$  ένα απλό μονοπάτι στο  $T$  και έστω  $x, w, z$  κορυφές του  $T$  στο παραπάνω μονοπάτι. Τότε

- (α) Η κορυφή  $v_{n-1}$  καλείται **πατέρας (father)** της  $v_n$ .
- (β) Οι κορυφές  $v, v_1, \dots, v_{n-1}$  καλούνται **πρόγονοι (ancestor)** της  $v_n$ .
- (γ) Η  $v_n$  καλείται **παιδί (child)** της  $v_{n-1}$ .
- (δ) Εάν η  $x$  είναι πρόγονος της  $w$ , τότε η  $w$  καλείται **απόγονος (predecessors)** της  $x$ .
- (ε) Εάν  $x$  και  $w$  είναι παιδιά της  $z$ , τότε οι  $x$  και  $w$  καλούνται **συγγενείς (relatives)**.
- (στ) Εάν η  $x$  δεν έχει παιδιά, τότε η  $x$  καλείται **τερματική (terminal vertex)** κορυφή (ή φύλλο) του δέντρου.
- (ζ) Εάν η  $x$  δεν είναι τερματική, τότε η  $x$  καλείται **εσωτερική (internal vertex)** κορυφή, ή κορυφή **διακλάδωσης (branching vertex)**.
- (η) Ένα **υπό-δέντρο (sub-tree)** του  $T$  με ρίζα  $x$  είναι το γράφημα με σύνολο κορυφών  $V = \{w \mid w \text{ απόγονος της } x\}$  και σύνολο ακμών  $E = \{e \mid e \text{ είναι ακμή σε ένα απλό μονοπάτι από τη } x \text{ σε κάποια κορυφή του } V\}$ .



## Θεώρημα

Έστω  $T$  γράφημα με  $n$  κορυφές. Τα ακόλουθα είναι ισοδύναμα:

(α)  $T$  είναι δέντρο

(β)  $T$  είναι συνδεόμενο και ακυκλικό γράφημα

(γ)  $T$  είναι συνδεόμενο γράφημα με  $(n-1)$  ακμές και

(δ)  $T$  είναι ακυκλικό γράφημα με  $(n-1)$  ακμές.