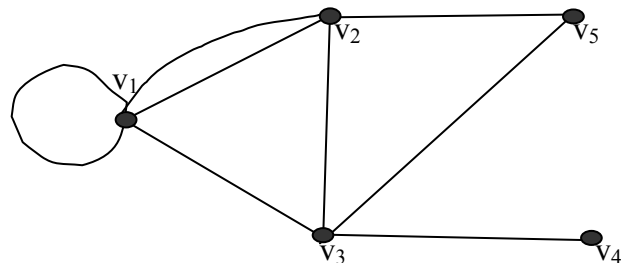


## Παράσταση Γραφημάτων

### Μητρώα σύνδεσης

Έστω γράφημα  $\Gamma=(V,E)$ , και μία διάταξη των κορυφών του γραφήματος αυτού,  $(v_0,v_1,v_2,\dots,v_n)$ . **Μητρώο σύνδεσης** του γραφήματος  $\Gamma$  με  $n$  κορυφές, είναι ένας πίνακας  $A$  διαστάσεων  $n \times n$ , του οποίου η γραμμή (στήλη)  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , αντιστοιχεί στην κορυφή  $v_i$ . Το στοιχείο  $A[i,j]$  του πίνακα είναι ίσο με 1 εάν και μόνο εάν υπάρχει ακμή στον  $\Gamma$  που συνδέει τις κορυφές  $v_i$  και  $v_j$ . Στην αντίθετη περίπτωση, η τιμή του  $A[i,j]$  είναι 0.

Το μητρώο σύνδεσης του γραφήματος  $\Gamma$  στο σχήμα 4.26 είναι το  $A$ .



	$v_1$	$v_2$	$v_3$	$v_4$	$v_5$
$v_1$	$1$	$1$	$1$	$0$	$0$
$v_2$	$1$	$0$	$1$	$0$	$1$
$v_3$	$0$	$1$	$0$	$1$	$1$
$v_4$	$0$	$0$	$1$	$0$	$0$
$v_5$	$0$	$1$	$1$	$0$	$0$

Για τη δημιουργία του μητρώου σύνδεσης  $A$  θεώρησα την εξής διάταξη των κορυφών:

$v_1 \quad v_2 \quad v_3 \quad v_4 \quad v_5$

## Θεώρημα

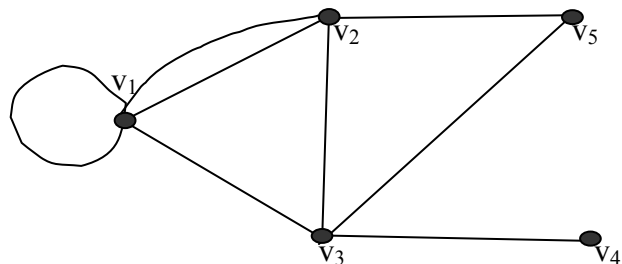
Εάν  $A$  είναι το μητρώο σύνδεσης ενός απλού γραφήματος  $\Gamma$ , τότε το στοιχείο  $i, j$  του πίνακα  $A^n$ , είναι ίσο με τον αριθμό των μονοπατιών μήκους  $n$ ,  $n > 0$ , από την κορυφή  $v_i$  στη κορυφή  $v_j$  του γραφήματος  $\Gamma$ .

Παρατηρήστε ότι τα στοιχεία της κυρίας διαγώνιου του πίνακα  $A^2$  δείχνουν το βαθμό της κάθε κορυφής του γραφήματος. Για να αιτιολογήσετε το γεγονός αυτό, σκεφτείτε ότι κάθε ακμή που εφάπτεται σε μια κορυφή  $v$  σχηματίζει κύκλο μήκους 2 από τη  $v$  στη  $v$ .

## Πίνακας επαπτόμενων ακμών σύνδεσης

Έστω γράφημα  $\Gamma=(V,E)$ , μια διάταξη των κορυφών του γραφήματος αυτού,  $(v_0,v_1,v_2,\dots,v_n)$ , και μια διάταξη των ακμών του γραφήματος αυτού,  $(e_0,e_1,e_2,\dots,e_m)$ . Πίνακας επαπτόμενων ακμών του γραφήματος  $\Gamma$  με  $n$  και  $m$  κορυφές, είναι ένας πίνακας  $A$  διαστάσεων  $n \times m$ , του οποίου η γραμμή  $i$ ,  $1 \leq i \leq n$ , αντιστοιχεί στην κορυφή  $v_i$  και η στήλη  $j$ ,  $1 \leq j \leq m$  αντιστοιχεί στην ακμή  $e_j$ . Το στοιχείο  $A[i,j]$  του πίνακα είναι ίσο με 1 εάν και μόνο εάν η ακμή  $e_j$  εφάπτεται στην κορυφή  $v_i$ . Στην αντίθετη περίπτωση, η τιμή του  $A[i,j]$  είναι 0.

Ο πίνακας εφαπτόμενων ακμών του γραφήματος  $\Gamma$  είναι ο  $A$ .



$$A = \begin{array}{c|ccccccccc} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 \\ \hline v_1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$