



Τμήμα Μηχανικών Πληροφοριακών και Επικοινωνιακών Συστημάτων

Σχολή Θετικών Επιστημών, Πανεπιστήμιο Αιγαίου

Στοχαστική Ανάλυση – 1^η Άσκηση

Διδάσκουσα: Ελισάβετ Κωνσταντίνου, Επικ. Καθηγήτρια

Ζήτημα 1 (2 μονάδες) Έστω οι τυχαίες μεταβλητές X και Y , με κοινή συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας:

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-x-y}, & \alpha \nu x, y > 0 \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \acute{\alpha} \end{cases}$$

(α) Είναι οι τ.μ. X και Y ανεξάρτητες; Αιτιολογήστε την απάντησή σας. (0.5)

(β) Υπολογίστε την πιθανότητα $P(X \leq Y)$. (0.8)

(γ) Υπολογίστε την αναμενόμενη τιμή $E[X | Y=y]$. (0.7)

Ζήτημα 2 (2.3 μονάδες) Η από κοινού συνάρτηση πιθανότητας δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y δίνεται από τον παρακάτω πίνακα:

	$X = 0$	$X = 1$	$X = 2$
$Y = 0$	0.32	0.04	0.09
$Y = 1$	0.03	0.16	0.15
$Y = 2$	0.01	0.08	0.12

(α) Υπολογίστε τις συναρτήσεις πιθανότητας $p_X(x)$ και $p_Y(y)$ των τυχαίων μεταβλητών X και Y αντίστοιχα. (0.5)

(β) Υπολογίστε τη συνδιασπορά των X και Y . (0.9)

(γ) Υπολογίστε τις τιμές των $E[X | Y=1]$ και $\text{Var}(X | Y=1)$. (0.9)

Ζήτημα 3 (1 μονάδα) Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας δύο τυχαίων μεταβλητών X και Y είναι:

$$f(x, y) = \begin{cases} 3x^2 e^{-y}, & \alpha \nu 0 < x < 1, 0 < y < \infty \\ 0, & \alpha \lambda \lambda \acute{\alpha} \end{cases}$$

Να βρεθεί η δεσμευμένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_{X|Y}(x|y)$ και η πιθανότητα $P\{Y>2|X=x\}$.

Ζήτημα 4 (1.5 μονάδα) Ο αριθμός των πελατών που εισέρχονται σε ένα κατάστημα, κατά τη διάρκεια μιας ημέρας, ακολουθεί την κατανομή Poisson με παράμετρο λ . Εάν το λ είναι και αυτό μια τυχαία μεταβλητή που παίρνει τις τιμές 2, 5, 7, 9 με αντίστοιχες πιθανότητες 0.2, 0.5, 0.2 και 0.1, ποια η πιθανότητα να μην μπει κανένας πελάτης στο μαγαζί;

Ζήτημα 5 (1.2 μονάδα) Υπολογίστε τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τυχαίας μεταβλητής $Y = X^2 - 10$ αν γνωρίζετε ότι η X είναι ομοιόμορφη στο διάστημα $[-4, 4]$.

Ζήτημα 6 (2 μονάδες) Έστω X και Y δύο συνεχείς τυχαίες μεταβλητές με από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας την

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{2} & \text{αν } 0 \leq x \leq 2 \text{ και } 0 \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{διαφορετικά} \end{cases}.$$

Υπολογίστε την πιθανότητα $P\{Y/2 < X\}$ καθώς και την από κοινού συνάρτηση κατανομής των X και Y .

Παράδοση: Η εργασία θα παραδοθεί την Παρασκευή 21 Νοεμβρίου, την ώρα του φροντιστηρίου (11:00 – 13:00). Καμία εργασία δεν θα γίνει δεκτή μετά το πέρας του μαθήματος. Όσοι επιθυμούν να στείλουν την εργασία ηλεκτρονικά, θα πρέπει μέχρι την Πέμπτη 20 Νοεμβρίου και ώρα 11:00 να την έχουν αποστείλει στην ηλεκτρονική διεύθυνση της διδάσκουσας.

Καλή Επιτυχία!